पहला हिन्दी संस्करण
मार्च, १९६४

लेखक

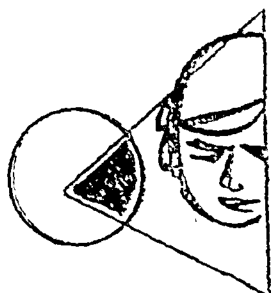
गुणाकर मुले

मूल्य : २ रुपये

डी. पी. सिनहा द्वारा न्यू एज प्रिंटिंग प्रेस, रानी झांसी रोड, नई दिल्ली में मुद्रित और उन्हीं के द्वारा पीपुल्स पब्लिशिंग हाउस (प्रा.) लिमिटेड, नई दिल्ली की तरफ से प्रकाशित।



पास्कल



खेल-खेल में...

तुम्हारे माता-पिता तुम से कहते होंगे : ताश खेलना अच्छी बात नहीं है; ताश खेलने में समय गंवाने से तो अच्छा है कि कोई अच्छी पुस्तक पढ़ो ।

और शायद इसीलिए तुमने यह पुस्तक हाथ में ली है ।

लेकिन यहां पर मैं तुम्हें ताश के बारे में ही बताने जा रहा हूं । फर्क सिर्फ इतना है कि तुम्हारे हाथ में ताश के पत्ते नहीं दिये जायेंगे, एक किस्सा सुनाया जायेगा । इसे भी उसी प्रकार ध्यान से सुनना, जिस प्रकार ताश खेलते हो ।

यह एक ऐसा किस्सा है जिसने गणितशास्त्र में एक बहुत बड़े आविष्कार को जन्म दिया—"संभाविता

सिद्धान्त" के आविष्कार को। ताश के खेल के एक सवाल को लेकर एक गणितज्ञ ने असाधारण महत्व के एक सिद्धान्त की खोज कर डाली !

जानते हो उस गणितज्ञ का नाम क्या था ? उसका नाम था :

पास्कल।

लेकिन तुम तो किस्सा सुनने के लिए उतावले हो रहे हो। लो सुनो—



: १ :

यूरोप में फ्रांस नाम का एक देश है।

घटना सन् १६५४ की है। वहां पर जुआ खेलने के लिए खास जगहें होती हैं, जिन्हें "कासिनो" कहते हैं। बड़े-बड़े धनी लोग इन कासिनों में आकर जुआ खेलते थे। इन जुआरियों में एक का नाम था—कवेलिये द मेरे।

एक दिन की बात है। कवेलिये द मेरे और उसका एक मित्र ताश खेलने बैठ गये। खेल शुरू करने के पहले दोनों में एक करार हुआ।

जानते हो कौन-सा करार?

उन दोनों ने आपस में तय किया कि दांव पर दोनों मिलकर १२० लीरे (यह फ्रांस देश का उस समय का एक सिक्का है) लगायेंगे। जो कोई भी पहले ३ प्वाइन्ट बना लेगा, वही पूरा दांव जीत लेगा।

खेल शुरू हुआ। खेलते-खेलते मेरे ने २ प्वाइन्ट

बना लिये और उसके मित्र ने १ प्वाइन्ट। तभी किसी कारण उन्हें खेल बन्द कर देना पड़ा।

अब प्रश्न है : दांव के १२० लीरे को वे आपस में कैसे बांटें ?

तुम कहोगे, इसमें कौन सी बड़ी बात है ? मेरे ने उसके मित्र से दुगने प्वाइन्ट बनाये हैं, इसलिए मेरे को ८० लीरे मिलने चाहिए और उसके मित्र को ४० लीरे।

यह तो हुई समझौते की बात। लेकिन मान लो कि वे अगला प्वाइन्ट भी खेलते हैं। अगला प्वाइन्ट भी यदि मेरे ही जीतता है तो दांव की पूरी रकम उसकी हो जायेगी। लेकिन उसका मित्र जीतता है तो दोनों के प्वाइन्ट समान—यानी २-२—हो जायेंगे, और उन्हें दांव को दो बराबर हिस्सों में बांट लेना होगा। अतः मेरे को किसी भी हालत में ६० लीरे तो मिलते ही हैं।

लेकिन मान लो कि दोनों खिलाड़ी अपने आरंभ के करार पर कायम रहना चाहते हैं। ऐसी स्थिति में दांव बंद कर देने पर, शेष एक प्वाइन्ट के लिए आधी "संभावना" यह रहती है कि दांव मेरे जीतेगा, और आधी "संभावना" यह कि उसके मित्र के ही २ प्वाइन्ट हो जायेंगे। यदि मेरे के हिस्से में इस "आधी

संभावना" का विचार किया जाये तो शेष ६० लीरों में भी मेरे का आधा हिस्सा रहेगा। और इस प्रकार मेरे के हिस्से में ९० लीरे आयेंगे और उसके मित्र के हिस्से में ३० लीरे।

सवाल की कठिनाई तुम्हारी समझ में आ गयी होगी। है न कठिन पहेली? संभावना, आधी संभावना जैसे शब्दों ने तो तुम्हें और भी कठिनाई में डाल दिया होगा। है न?



तुम्हें ही नहीं, कवेलिये द मेरे को भी इस सवाल ने बहुत परेशान किया। उसे जब इसका कोई हल न मिला तो उसे अपने गणितज्ञ मित्र की याद आयी। अपने गणितज्ञ मित्र को एक पत्र लिखकर कवेलिये ने यही सवाल उसके सामने रखा।

जानते हो उस गणितज्ञ का नाम क्या था?

उसका नाम था : ब्लाइसे पास्कल।

तुम जानना चाहोगे कि पास्कल ने उस सवाल का क्या हल खोजा। यहां पर मैं तुम्हें केवल इतना

बताये देता हूं कि उस सवाल के हल को खोज करते-करते पास्कल ने गणितशास्त्र में एक नये सिद्धान्त को खोज निकाला, जिसे आज हम "थ्योरी ऑफ प्रोबेबिलिटि" यानी "संभाविता-सिद्धान्त" कहते हैं।

इस सिद्धान्त के बारे में तुम्हें बाद में बताया जायेगा। लो, पहले पास्कल के बारे में सुन लो...



: २ :

न्यूटन का नाम तुमने अवश्य सुना है। गुरुत्वाकर्षण के नियमों की खोज न्यूटन ने ही की थी। इनका जन्म सन् १६४२ में इंगलैंड में हुआ था। शायद तुमने रेंने दकार्त का भी नाम सुना हो। वह फ्रांस देश के प्रसिद्ध दार्शनिक एवं गणितज्ञ थे। उन्होंने "निर्देशांक ज्यामिति" नामक एक नये गणितशास्त्र की खोज की। उनका जन्म सन् १५९६ में हुआ था।

दकार्त के जन्म के २७ वर्षों बाद और न्यूटन के जन्म के १९ वर्षों बाद, फ्रान्स के क्लेरमोन-फेरान्द नामक स्थान पर १९ जून १६२३ को बालक ब्लाइसे पास्कल का जन्म हुआ।

ब्लाइसे के पिता का नाम था : इटियेने पास्कल। ये क्लेरमोन की अदालत में सरकारी वकील थे। उस समय के सुसंस्कृत लोगों में उनकी गणना होती थी। ब्लाइसे की माता का नाम था : एन्टोइनेटे बेगाने। लेकिन बालक ब्लाइसे को बहुत दिनों तक अपनी माता का

प्यार नहीं मिल पाया। सच तो यह है कि उसे अपनी माता की स्मृति ही नहीं थी।

जानते हो इसका कारण ? ब्लाइसे जब चार साल का था तभी उसकी माता का स्वर्गवास हो गया था।

लेकिन ब्लाइसे को प्यार करने और उसका खयाल रखने वाली दो बड़ी बहनें थीं। एक का नाम था गिलबर्टे, जो विवाह के बाद मैडम पेरियर हो गयी। दूसरी का नाम था : जक्वेलिन। दोनों बहनें खूबसूरत थीं, बुद्धिमान थीं। ब्लाइसे पास्कल के जीवन-निर्माण में इन दोनों बहनों का विशेष हाथ है, खासकर जक्वेलिन का।

तुम ब्लाइसे के बचपन के बारे में जानना चाहोगे। ठीक है न ? अच्छा तो सुनो।

उस समय यूरोप के सभ्य देशों में बच्चों को शुरू से ही लैटिन, ग्रीक जैसी प्राचीन भाषाएं पढ़ायी जाती थीं। साथ ही दर्शनशास्त्र, गणित आदि जटिल विषय भी पढ़ाये जाते थे। उस समय आज के जैसे स्कूलों की व्यवस्था नहीं थी। इसलिए बड़े घरों के लड़कों के लिए खास शिक्षकों की व्यवस्था की जाती थी।

बालक पास्कल में विलक्षण प्रतिभा थी। किसी भी बात को एक बार बता देने पर वह बात उसकी

समझ में आ जाती थी और चित्र की तरह वह उसके दिमाग में स्थिर हो जाती थी। ब्लाइसे के पिता पढ़े-लिखे आदमी थे। इसलिए अपने पुत्र की पढ़ाई की जिम्मेदारी उन्होंने अपने ऊपर ही ली।

ब्लाइसे कुशाग्र बुद्धि का तो था, किन्तु उसमें एक कमी थी। जानते हो किस बात की कमी? प्रकृति की ओर से बुद्धि का हिस्सा तो उसे अधिक मिला था, लेकिन स्वास्थ्य का बहुत कम। ब्लाइसे का स्वास्थ्य बहुत खराब रहता था।

कमजोर होने पर भी ब्लाइसे पढ़ाई में बड़ी मेहनत करता था। पिता ने सोचा: ब्लाइसे को यदि अभी से गणित पढ़ाया गया तो वह उसी में रम जायेगा और अपने स्वास्थ्य को चौपट कर लेगा। इसलिए पिता ने जान-बूझ कर ब्लाइसे को गणित से अलग रखा।

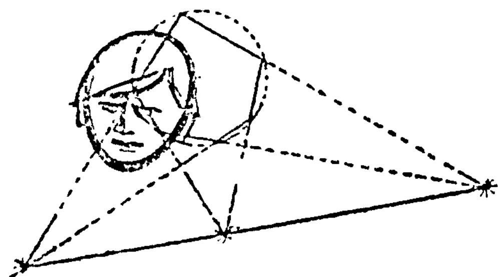
तुम जानते हो कि किसी बालक से कोई बात गुप्त रखने का यदि बार-बार प्रयत्न किया जाय तो उस बालक पर क्या असर होता है? उस बालक के मन में उसी बात को लेकर प्रश्न पैदा होने लगते हैं।

बालक पास्कल भी कुछ दिनों के बाद सोचने लगा: पिता जी मुझे ग्रीक पढ़ाते हैं, लैटिन पढ़ाते हैं,

साहित्य पढ़ाते हैं, लेकिन गणित क्यों नहीं पढ़ाते ? जरूर उसमें कोई गम्भीर बात होनी चाहिए।

और, एक दिन वह अपने पिता से पूछ ही बैठा : "पिता जी, ज्यामिति क्या होती है ? उसमें क्या-क्या होता है ?"

आखिर पिता को बताना पड़ा। बांध फूट पड़ा। उन्होंने अपनी पहली ही चर्चा में ज्यामिति का ऐसा परिचय दिया कि बालक पास्कल पर इसका गहरा असर हुआ—इतना गहरा असर कि वह सब कुछ छोड़कर ज्यामिति के पीछे हाथ धोकर पड़ गया।


"ज्यामिति क्या होती है ?"

उस वक्त पास्कल की आयु कुल १२ वर्ष थी।

इसके बाद जो कुछ हुआ वह पास्कल के जीवन में, और गणित के इतिहास में, एक विचित्र घटना है। इतनी विचित्र घटना कि यकायक विश्वास ही नहीं होता।

: ३ :

स्कूल में तुम ज्यामिति के प्रमेयों को पढ़ते हो। क्या तुमने कभी सोचा है कि इन प्रमेयों की खोज पहले-पहल किसने की और कब की ?

ज्यामिति के इन प्रमेयों की खोज लगभग २५०० वर्ष पहले हुई और यूनान के प्रसिद्ध गणितज्ञ यूक्लिड ने इन्हें एक पुस्तक में संगृहीत किया। इस पुस्तक का नाम है : "एलिमेंट्स"। यह पुस्तक ग्रीक भाषा में है। आज तुम्हें जो ज्यामिति पढ़ाई जाती है, वह इसी पुस्तक का रूपान्तर है।

तो, तुम्हें अपनी ज्यामिति की पुस्तक का एक प्रमेय याद होगा। बड़े महत्व का प्रमेय है। जानते हो कौन-सा प्रमेय ? लो सुनो :

"किसी भी त्रिकोण के तीन अन्तर्कोणों का जोड़ दो समकोणों के बराबर होता है।"

: ४ :

ब्लाइसे जब सात साल का था तभी पास्कल-परिवार फ्रांस की राजधानी पेरिस चला आया था।

उस समय लुई चौदहवां फ्रांस का राजा था। लेकिन राज्य के सूत्र धर्माधिकारियों के हाथों में थे। राज्य के अधिकारियों और जनता पर इनका ही अधि-कार था। वे चाहे जो करवा सकते थे।

इस समय पेरिस में रिचेली नाम के एक प्रभाव-शाली कार्डिनल थे। जानते हो कार्डिनल कौन होता है ?

ईसाई लोगों का सबसे बड़ा धर्मगुरु पोप कहलाता है। यह इटली देश के वेटिकन स्थान पर रहता है। पोप के बाद, धार्मिक अधिकार की दृष्टि से, कार्डिनल का नम्बर आता है। किसी भी देश की ईसाई राज-नीति में इनका बड़ा प्रभाव रहता है। पास्कल के जमाने में तो इन्हें और भी ज्यादा अधिकार प्राप्त थे।

हां तो, पास्कल के पिता में और कार्डिनल रिचेली में एक बात को लेकर मतभेद हो गया; जनता पर नये टैक्स लगाने की बात को लेकर।

कार्डिनल से मतभेद? बहुत बड़ी बात थी उस जमाने में। पास्कल के पिता को नौकरी से हाथ धोने पड़े। इतना ही नहीं, भय से कई दिनों तक उन्हें अपने को और अपने परिवार को अज्ञात रखना पड़ा।

लेकिन ऐसा कितने दिनों तक चल सकता था? रिचेली की कृपा पुनः प्राप्त करने के लिए कोई न कोई उपाय खोजना ही था।

आखिर पास्कल की बहन जक्वेलिन ने एक उपाय खोज निकाला। तुम जानना चाहोगे कौन-सा उपाय।

तो, सुनो...

एक दिन की बात है। कार्डिनल रिचेली पेरिस के एक थियेटर में नाटक देखने गये। रिचेली को नाटक बहुत पसन्द आया। विशेषतः एक लड़की का अभिनय। वह थी भी बड़ी खूबसूरत।

नाटक के समाप्त होने पर रिचेली ने उस लड़की का नाम पूछा। उसका नाम था : जक्वेलिन। पास्कल की बहन।

रिचेली को अब पास्कल के पिता की याद हो आई। टैक्सों में वृद्धि की बात को लेकर जो मतभेद हो गया था, अब उसे काफी दिन बीत चुके थे। रिचेली ने यही उचित समझा कि अब उस झगड़े को आगे न बढ़ाया जाय। जक्वेलिन के अभिनय से वे बहुत खुश थे।

रिचेली की कृपा से पास्कल के पिता को राउयेन नामक स्थान पर पुनः अधिकार की जगह मिल गयी। पास्कल-परिवार राउयेन में रहने लगा। पास्कल-परिवार में पुनः खुशी के दिन लौट आये।

यहीं पर बालक पास्कल का कार्नेली नाम के एक नाटककार से परिचय हुआ। पास्कल की प्रतिभा से कार्नेली बहुत प्रभावित हुआ।

लेकिन पास्कल तो पूर्णरूप से गणित के अध्ययन में मग्न था। पास्कल अपने को गणित के लिए ही अर्पित कर चुका था। उसके रोम-रोम में गणित ही समाया हुआ था।

इस समय पास्कल की आयु १६ साल की थी।

तुम शायद पूछना चाहोगे : क्या पास्कल ने अब तक गणित में कोई ऐसी चीज खोज निकाली थी जिसे अद्भुत कहा जा सके ?

हां, पास्कल ने १६ वर्ष की आयु में ज्यामिति का एक ऐसा प्रमेय खोज निकाला, जिसे संपूर्ण ज्यामिति का एक महत्वपूर्ण और अद्‌भुत प्रमेय कहें तो अतिशयोक्ति न होगी।

वह प्रमेय कौन-सा था ? तुम शायद पूछो : क्या हम उसे समझ सकते हैं ?

हां, तुम उसे समझ सकते हो, बशर्ते कि ध्यान लगा कर पढ़ो, और यदि कागज और पेंसिल हाथ में लेकर स्वयं करने लग जाओ तो और भी अच्छी तरह समझ जाओगे। एक बार तुम इस प्रमेय को समझ लोगे तो फिर कभी नहीं भूलोगे। आगे चलकर जब तुम उच्च गणित पढ़ोगे तो तुम्हें यह प्रमेय याद आयेगा और तभी इसके महत्व को तुम समझ पाओगे।



: ५ :

ले लिया न कागज-पेंसिल ?

अच्छा, पहले मैं तुम्हें एक प्राचीन गणितज्ञ का परिचय करा दूं। इनका नाम था : अपोलोनियस। यह आर्किमीदिज के समकालीन एक ग्रीक गणितज्ञ थे। जानते हो यह कितनी पुरानी बात है ? लगभग २२०० वर्ष पुरानी।

यूक्लिड और उनकी ज्यामिति की पुस्तक 'एलिमेंट्स' के बारे में तुम सुन ही चुके हो। अब अपोलोनियस की ज्यामिति के बारे में भी कुछ जान लो।

किसी शंकु, यानी कोन, की कल्पना करो। इस शंकु को यदि किसी समतल द्वारा विभिन्न स्थितियों में काटा जाय तो पांच संभव वक्र प्राप्त होते हैं : एक-दूसरे को काटनेवाली दो सरल रेखाएं, वृत्त, दीर्घवृत्त (इलिप्स), परवलय (पैराबोला) और अतिपरवलय (हाइपरबोला)। इन सभी वक्रों को गणित में शांकव (कॉनिक-सेक्शन) का नाम दिया गया है।

अपोलोनियस ने आज से लगभग २००० वर्ष पहले इन्हीं शांकवों की ज्यामिति का निर्माण किया। अपोलोनियस की ज्यामिति पहले से यदि तैयार न होती, महान ज्योतिषी केपलर ने यदि इस ज्यामिति का खगोल की गतियों के लिए उपयोग न किया होता, तो न्यूटन के लिए गुरुत्वाकर्षण के नियमों को खोज निकालना शायद संभव न होता।

लेकिन पास्कल के समय से अपोलोनियस की ज्यामिति का दूसरा अध्याय शुरू हो जाता है।

पास्कल का अद्‌भुत प्रमेय इन्हीं शांकवों से संबंधित है। पास्कल ने तो इसे "रहस्यमय षट्‌भुज" का नाम दिया था, परन्तु गणितशास्त्र में आज यह प्रमेय "पास्कल का प्रमेय" नाम से प्रसिद्ध है।

किसी भी शांकव को लिया जा सकता है; किन्तु सुविधा के लिए तुम वृत्त को ही ले लो। इस वृत्त की परिधि पर कोई भी छः विंदु लो। मान लो कि तुमने छः विंदु लिये हैं : अ-ब क ड य ह।

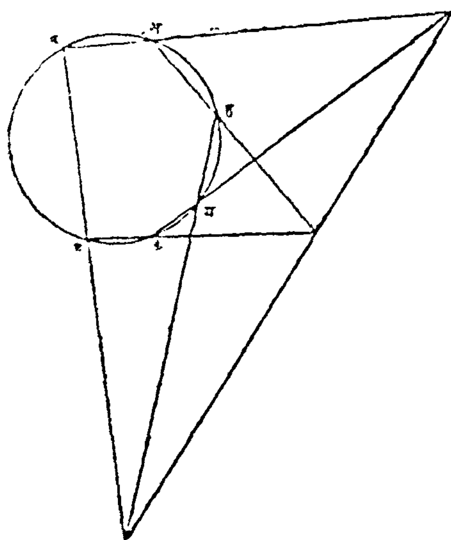
अब इसी क्रम में वृत्त के भीतर इन विंदुओं को सरल रेखाओं से जोड़ लो। वृत्त के भीतर छः रेखाओं से बंधी हुई एक आकृति तुम्हें मिल जायेगी। इसे ही "षट्‌भुज" कहते हैं।

तुम पूछोगे, इसमें क्या रहस्य है ? यह तो बड़ी सरल बात है।

तो लो, सुनो रहस्य की बात...

इस षट्भुजाकृति के आमने-सामने वाली रेखाओं को इस प्रकार बढ़ाओ की वे एक दूसरी को एक बिंदु पर काटें। ऐसा करने से वृत्त के बाहर तुम्हें तीन बिंदु मिल जायेंगे।

मालूम हुई कोई रहस्य की बात ? नहीं ? तो देखो...आखीर के इन तीनों बिंदुओं को साधो। ये तीनों बिंदु एक ही सरल रेखा पर स्थित मिलेंगे।



है न अद्भुत बात ? लेकिन इतना ही नहीं, यह तो एक बड़े रहस्य की झलक मात्र है।

वृत्त की परिधि पर किसी भी तरह छः बिंदु लिये जायें और षट्कोण बनाया जाय, तब भी परिणाम यही होगा।

तुम शायद पूछो : क्या केवल वृत्त पर ही यह नियम लागू होता है ?

नहीं, केवल वृत्त पर ही यह नियम लागू नहीं होता, यह दीर्घवृत्त पर भी लागू होता है। विश्वास न होता हो तो अण्डाकृति वाला एक दीर्घवृत्त खींच कर देख लो। जिस प्रकार वृत्त पर छः विंदु लेकर रेखाएं खींची गयी हैं, उसी प्रकार रेखाएं खींच लो। तुम देखोगे कि तीनों विंदु एक ही सरल रेखा पर स्थित हैं।

सच तो यह है कि न केवल वृत्त के लिए, न केवल दीर्घवृत्त के लिए, वल्कि हर शांकव के लिए यह प्रमेय सही है। यही इस प्रमेय की सवसे बड़ी खूबी है।

है न प्रमेय सरल ? फिर इसके निर्माण के लिए ज्यादा साधनों की भी जरूरत नहीं है। वृत्त के लिए तो केवल कंपास-युग्म और स्केल की ही जरूरत है।

यूक्लिड की ज्यामिति में प्रमेयों की स्थापना के लिए रेखाओं के मापन और कोणों का उल्लेख रहता है। लेकिन पास्कल के इस प्रमेय में तुम पाओगे कि रेखाओं एवं कोणों के मापन की जरूरत नहीं है।

ग्रीक दार्शनिक अरिस्टोटल तथा अन्य चिन्तकों की प्राचीन काल से यह धारणा रही है कि गणितशास्त्र परिमाणों (क्वांटिटीज) का विज्ञान है। किन्तु पास्कल

का यह प्रमेय सिद्ध करता है कि यह गुणों (क्वालिटीज) का भी विज्ञान है।

हम तुम्हें बता ही चुके हैं कि जिस समय पास्कल ने यह प्रमेय खोजा उसकी उम्र केवल १६ वर्ष थी।

इस विलक्षण प्रतिभा वाले बालक ने केवल एक प्रमेय ही सिद्ध नहीं किया। उसने "एस्सी पोर ल कोनिक्यू" या "शांकवों पर प्रबंध" नाम से एक पुस्तिका भी लिख डाली। इस प्रबंध में इस "रहस्यमय" प्रमेय से संबंधित शांकवों पर ४०० से भी अधिक सिद्धियां, उप-प्रमेय के रूप में, प्रस्तुत की गयी हैं। इन उप-सिद्धियों में प्राचीन ग्रीक गणितज्ञ अपोलोनियस के प्रमेयों से भी लाभ उठाया गया है।

हम तुम्हें बता चुके हैं कि पास्कल के इस प्रमेय में कोणों या रेखाओं को मापने की जरूरत नहीं। दूसरे शब्दों में कहें तो : इस प्रमेय में केवल रेखाओं का निर्माण या "प्रक्षेपण" करना पड़ता है।

तुम जानना चाहोगे कि "प्रक्षेपण" किसे कहते हैं ?

प्रकाश के किसी एक बिंदु-स्रोत की कल्पना करो। मान लो कि इस बिंदु से एक कोन या शंकु के आकार में प्रकाश बाहर निकलता है। अब इस प्रकाश-शंकु

में से विभिन्न स्थितियों में कांच का एक समतल सरकाओ।

तुम देखोगे कि वह कांच-समतल जिन वक्रों में उस प्रकाश-शंकु को काटता है वे वक्र विभिन्न शांकवों को दरशाते हैं, जैसे : वृत्त, दीर्घवृत्त, परवलय आदि।

अब, यदि तुम उस कांच के समतल पर पास्कल का "रहस्यमय षट्कोण" अंकित करो, और कांच का ही एक दूसरा समतल लेकर, पहले समतल की छाया इस दूसरे समतल पर पड़ने दो तो तुम देखोगे कि इस छाया में और पहले समतल के "षट्कोण" में कोई विशेष फर्क नहीं है। तुम पाओगे कि छाया वाली आकृति भी एक "रहस्यमय षट्कोण" ही होगी !

मतलब यह कि इस प्रमेय, या इससे संबंधित उप-प्रमेयों को, छायाओं में "प्रक्षेपित" किया जाय तो इन प्रमेयों के मूल गुण-धर्मों में कोई परिवर्तन नहीं होगा; इन प्रमेयों के मूल गुण-धर्म उसी प्रकार कायम रहते हैं।

गणितशास्त्र में यह एक विशेष खोज थी। यूक्लिड की ज्यामितीय आकृतियों में यह विशेषता नहीं है। इस माने में भी पास्कल का यह प्रमेय, या इस प्रमेय से संबंधित ज्यामिति, अनोखी थी।

इस प्रकार तुमने देखा है कि प्रक्षेप के अन्तर्गत भी पास्कल की ज्यामिति की आकृतियां अपने गुण-धर्मों

का यह प्रमेय सिद्ध करता है कि यह गुणों (क्वालिटीज) का भी विज्ञान है।

हम तुम्हें बता ही चुके हैं कि जिस समय पास्कल ने यह प्रमेय खोजा उसकी उम्र केवल १६ वर्ष थी।

इस विलक्षण प्रतिभा वाले बालक ने केवल एक प्रमेय ही सिद्ध नहीं किया। उसने "एस्सी पोर ल कोनिक्यू" या "शांकवों पर प्रबंध" नाम से एक पुस्तिका भी लिख डाली। इस प्रबंध में इस "रहस्यमय" प्रमेय से संबंधित शांकवों पर ४०० से भी अधिक सिद्धियां, उप-प्रमेय के रूप में, प्रस्तुत की गयी हैं। इन उप-सिद्धियों में प्राचीन ग्रीक गणितज्ञ अपोलोनियस के प्रमेयों से भी लाभ उठाया गया है।

हम तुम्हें बता चुके हैं कि पास्कल के इस प्रमेय में कोणों या रेखाओं को मापने की जरूरत नहीं। दूसरे शब्दों में कहें तो : इस प्रमेय में केवल रेखाओं का निर्माण या "प्रक्षेपण" करना पड़ता है।

तुम जानना चाहोगे कि "प्रक्षेपण" किसे कहते हैं ?

प्रकाश के किसी एक विंदु-स्रोत की कल्पना करो। मान लो कि इस विंदु से एक कोन या शंकु के आकार में प्रकाश बाहर निकलता है। अब इस प्रकाश-शंकु

में से विभिन्न स्थितियों में कांच का एक समतल सरकाओ।

तुम देखोगे कि वह कांच-समतल जिन वक्रों में उस प्रकाश-शंकु को काटता है वे वक्र विभिन्न शांकवों को दरशाते हैं, जैसे : वृत्त, दीर्घवृत्त, परवलय आदि।

अब, यदि तुम उस कांच के समतल पर पास्कल का "रहस्यमय षट्कोण" अंकित करो, और कांच का ही एक दूसरा समतल लेकर, पहले समतल की छाया इस दूसरे समतल पर पड़ने दो तो तुम देखोगे कि इस छाया में और पहले समतल के "षट्कोण" में कोई विशेष फर्क नहीं है। तुम पाओगे कि छाया वाली आकृति भी एक "रहस्यमय षट्कोण" ही होगी!

मतलब यह कि इस प्रमेय, या इससे संबंधित उप-प्रमेयों को, छायाओं में "प्रक्षेपित" किया जाय तो इन प्रमेयों के मूल गुण-धर्मों में कोई परिवर्तन नहीं होगा; इन प्रमेयों के मूल गुण-धर्म उसी प्रकार कायम रहते हैं।

गणितशास्त्र में यह एक विशेष खोज थी। यूक्लिड की ज्यामितीय आकृतियों में यह विशेषता नहीं है। इस माने में भी पास्कल का यह प्रमेय, या इस प्रमेय से संबंधित ज्यामिति, अनोखी थी।

इस प्रकार तुमने देखा है कि प्रक्षेप के अन्तर्गत भी पास्कल की ज्यामिति की आकृतियां अपने गुण-धर्मों

को नहीं बदलतीं। ऐसे अपरिवर्तनशील गुणों को गणितशास्त्र में निश्चर (इनवेरियंट) गुण कहते हैं।

लो, धीरे-धीरे इस सरल प्रमेय के बारे में तुमने बहुत-सी बातें जान ली हैं। वास्तव में, यह अपने आप में एक स्वतंत्र विषय है और गणितशास्त्र में इसे "प्रक्षेप ज्यामिति" (प्रोजेक्टिव ज्यॉमिट्री) कहते हैं।

पास्कल के समकालीन एक दूसरे गणितज्ञ देसार्ग्युस ने भी प्रक्षेप विधि से बहुत से प्रमेय सिद्ध किये। पास्कल और देसार्ग्युस को हम आधुनिक "प्रक्षेप ज्यामिति" के जनक मान सकते हैं। आज यह गणित बहुत ही विकसित हुआ है और उच्च कक्षाओं में पढ़ाया जाता है।

जिस प्रमेय के बारे में तुमने ऊपर पढ़ा, गणितज्ञों की दृष्टि में यह मध्ययुग के ज्यामितीय आविष्कारों में सबसे महत्वपूर्ण था। इस "रहस्यमय प्रमेय" की सबसे रहस्यमय बात तो यही है कि इसे एक ऐसे बालक ने खोज निकाला जो केवल १६ वर्ष का था!

इस "रहस्यमय प्रमेय" का शायद यही सबसे बड़ा "रहस्य" है।

लेकिन यह तो हुआ पास्कल की बुद्धि का रहस्य। पास्कल का जीवन भी कम रहस्यमय नहीं है। विश्वास न हो तो देखो...

: ६ :

संसार में नाना प्रकार के धर्म और संप्रदाय हैं—ईसाई धर्म, हिंदू धर्म, बौद्ध धर्म, इस्लाम धर्म आदि। हर आदमी का, अपने-अपने विश्वास के अनुसार, एक "धर्म" होता है।

तुम जानना चाहोगे कि गणितज्ञों का और वैज्ञानिकों का कौन-सा धर्म होता है? और पास्कल इन धर्मों में से किस धर्म को मानता था?

सच तो यह है कि "विज्ञान" ही वैज्ञानिक का सच्चा "धर्म" होता है, और "विज्ञान-मंदिर" उसका आराधना-स्थल होता है। इसीलिए यूनान के प्रसिद्ध दार्शनिक प्लेटो ने अपने विज्ञान-मंदिर के सामने खुदवा रखा था: "जो कोई ज्यामिति नहीं जानता उसे इस विज्ञान-मंदिर (अकादमी) में प्रवेश मना है।"

अन्य चिंतकों की तरह धर्म और ईश्वर के बारे में वैज्ञानिकों की भी अलग-अलग मान्यताएं रही हैं।

कुछ गणितज्ञों को तो गणित में ही ईश्वर के दर्शन होते रहे हैं। ग्रीक गणितज्ञ पाइथागोरस ने कहा था : "प्राकृतिक संख्याएं ही ईश्वर हैं।" प्लेटो ने कहा था : "ईश्वर हमेशा ज्यामिति का निर्माण करता रहता है।" जैकोबी ने कहा था : "ईश्वर हमेशा अंकगणित का निर्माण करता रहता है।" २०वीं शताब्दी के महान भौतिकवेत्ता जेम्स जीन्स ने अटल विश्वास के साथ यहां तक कह डाला कि : "महान् विश्व-निर्माता (ईश्वर) अब 'गणितज्ञ' के रूप में प्रकट होने लगा है।"

इसके विपरीत कुछ ऐसे भी गणितज्ञ मिलते हैं जिनका कि किसी साम्प्रदायिक देवी-देवता में भी विश्वास रहा है और अपनी गणितीय खोजों को उन्होंने इन्हीं की कृपा का प्रसाद बताया है। लेकिन ऐसे गणितज्ञों की संख्या बहुत बड़ी है जिन्होंने गणित के लिए किसी ईश्वरीय सत्ता की जरूरत नहीं समझी।

लापलेस और नेपोलियन का किस्सा तो तुमने सुना ही होगा! नहीं सुना? अच्छा तो लो, सुनो...

नेपोलियन फ्रांस की राज्यक्रांति का सम्राट था, तो लापलेस योरप की वैज्ञानिक क्रान्ति का। लापलेस ने अपनी पुस्तक 'ब्रह्मांड गति-विज्ञान' नेपोलियन को

भेंट की। पुस्तक को अच्छी तरह देखने के बाद नेपोलियन ने लापलेस को बुलाया और कहा : "ब्रह्मांड के रहस्य पर आपने इतना बड़ा ग्रंथ लिखा है, परन्तु बड़े आश्चर्य की बात है कि इसमें उस महान् "ब्रह्माण्ड-निर्माता" (ईश्वर) का कोई जिक्र नहीं है !"

लापलेस ने उत्तर दिया : "महाशय, मेरे ग्रंथ में प्रतिपादित सिद्धान्तों के लिए उस 'परिकल्पना' (हाइ-पोथीसिस) की जरूरत नहीं है।"

लेकिन पास्कल की बात ही निराली थी, इतनी निराली कि विज्ञान के इतिहास में शायद ही कोई दूसरा उदाहरण मिले।

१७वीं शताब्दी का यूरोप धार्मिक संघर्ष का रण-क्षेत्र था। जन-जागरण के साथ ईसाई धर्म में नये-नये संप्रदाय अस्तित्व में आने लगे थे।

उस समय के धर्म-सुधारकों में एक थे : कार्नेलिस जान्सेन। ये वाइप्रेस के पादरी थे।

सन् १६४६ में पास्कल-परिवार ने इस जान्सेन सम्प्रदाय में दीक्षा ली।

तुम कहोगे कि "दीक्षा" लेने में ऐसी कौन-सी विशेष बात थी कि पास्कल के जीवन को ही "निराला"

कहा गया ? धार्मिक मान्यता अलग बात है, और गणितीय खोज अलग बात।

लेकिन विश्वास करो, इस "दीक्षा" के परिणाम सचमुच अद्भुत हुए। तुम जानने के लिए आतुर हो, किन्तु थोड़ा सब्र करो। मैं तुम्हें बाद में बतलाऊंगा। पहले तुम पास्कल के स्वास्थ्य के बारे में कुछ जान लो।

मैं तुम्हें पहले ही बता चुका हूं कि बचपन से ही पास्कल का स्वास्थ्य खराब था। ऊपर से भारी मानसिक परिश्रम। पास्कल ने कम उम्र में ही अपनी प्रतिभा के चमत्कार तो दिखाये, किन्तु उसे इसकी भारी कीमत चुकानी पड़ी।

१७ साल की उम्र से लेकर जीवन के अंतिम दिनों तक पास्कल के जीवन में शायद ही कोई दिन ऐसा गुजरा हो जब उसे शारीरिक वेदना ने परेशान न किया हो। जीवन भर वह अजीर्ण का रोगी रहा। शायद ही कोई ऐसी रात गुजरी हो जब उसे शांति से नींद आई हो। बहुधा उसकी रातें अनिद्रा के कष्ट में ही कटीं।

फिर भी १८ वर्ष की आयु में उसने विज्ञान के इतिहास में एक और महत्व की खोज की। उसने एक "गणक-यंत्र" बनाया।

तुम पूछोगे कैसा गणक-यंत्र ? तो लो, विस्तार से जान लो।

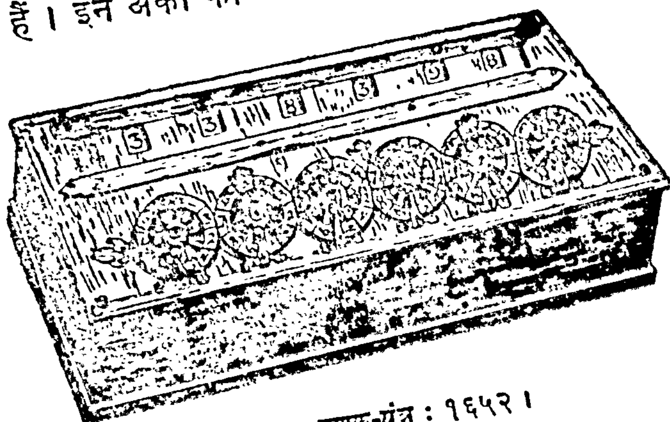
तुम्हें अपने प्राइमरी स्कूल के दिन याद होंगे। कितनी परेशानी होती थी अंकों को जोड़ने और घटाने में !

उस उम्र में तो तुम्हें सबसे कठिन यही विषय लगा होगा : अंकगणित। और तुमने कई बार सोचा होगा—काश, कोई ऐसा "जादू" हाथ लग जाये जिससे कि आसानी से अंकगणित के प्रश्नों के उत्तर निकल आया करें !

वास्तव में ऐसे "जादू" की खोज हो चुकी है। आज यदि तुम किसी बड़ी राष्ट्रीय प्रयोगशाला में जाओ तो वहां पर तुम्हें ऐसी बडी-बड़ी मशीनें मिलेंगी जो बिजली की रफ्तार से सैकड़ों गणितज्ञों का काम एक साथ करती हैं। इन्हें "गणक-यंत्र" या "कंप्यूटिंग मशीन" कहते हैं। इन सभी गणकों का विकास पास्कल के गणक-यंत्र से हुआ।

आओ, तुम्हें पास्कल के गणक के बारे में बताएं।

पास्कल का गणक-यंत्र एक ऐसा बॉक्स होता है जिसमें छः दंतचक्र और छः सिलेन्डर होते हैं (देखो चित्र)। प्रत्येक सिलेन्डर पर ० से लेकर ९ तक अंक होते हैं। इन अंकों की व्यवस्था इस प्रकार होती है कि

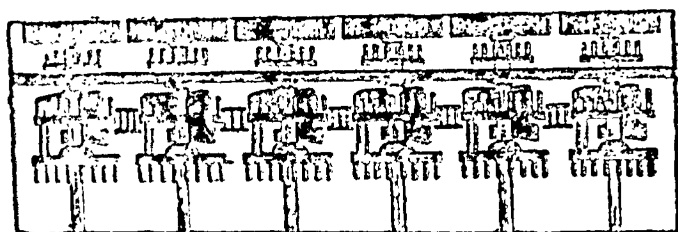


पास्कल का गणक-यंत्र : १६५२।

एक समय में दृश्य-छेद से केवल एक ही संख्या दिखायी देती है। ० से ९ तक संख्याएं टेलीफोन के डायल की तरह होती हैं। अतः यह डायल जब घुमाया जाता है तो संलग्न दंतचक्र और सिलेन्डर भी इसके साथ-साथ घूमते हैं।

इस व्यवस्था को तुम एक उदाहरण से अच्छी तरह समझ जाओगे। मान लो कि तुम्हें २, ५ और ३ संख्याओं को जोड़ना है। अब तुम दायीं ओर के डायल को पहले २ तक घुमाओ—इससे दंतचक्र और सिलेंडर

२/१० चक्कर सरकेंगे। इसी प्रकार ५ और ३ के लिए डायल घुमाओ—इससे दंतचक्र और सिलेंडर क्रमशः ५/१० और ३/१० और आगे जाकर रुकेंगे।



गणक-यंत्र का भीतरी दृश्य।

लेकिन सिलेन्डर पर १० इकाइयां ही चिन्हित थीं और दस इकाइयों का (२+५+३) जोड़ हो चुका है, इसलिए यह सिलेंडर पुनः ० के स्थान पर वापिस आ जायेगा। परन्तु इस मशीन में एक ऐसी भी योजना होती है जिससे दायीं ओर के सिलेंडर पर १० इकाइयां पूर्ण हो जाने पर १० का ० तो उसी स्थान पर रह जाता है, किन्तु १ बायीं ओर के सिलेंडर पर सरक जाता है। इस प्रकार बायीं ओर का सिलेंडर १/१० आगे सरकता है।

हम बता ही चुके हैं कि पास्कल की इस मशीन में छः सिलेंडर थे। इनके दृश्य-छेद से यद्यपि एक ही अंक दिखाई देता है, परन्तु ऊपर की व्यवस्था के अनु-

सार ये अंक दायीं से वायीं ओर क्रमशः इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार, दस हजार और लाख को प्रकट करते हैं। २, ५ और ३ को जोड़ने पर इकाई के सिलेंडर पर ० नजर आयेगा और दहाई के सिलेंडर पर १। इस प्रकार १० उत्तर मिल जायेगा।

इस तरह छः सिलेंडरों की सहायता से, तुम ९९९,९९९ तक का जोड़ बताने वाली संख्याओं को जोड़ सकते हो। वास्तव में पास्कल की इस मशीन में विपरीत क्रम में भी डायलों पर अंक अंकित थे, जो संख्याओं को घटाने के लिए इस्तेमाल होते थे।

पास्कल ने अपने पिता के हिसाब को जोड़ने और घटाने के लिए यह मशीन १६४२ में तैयार की थी। बाद में इसी सिद्धान्त पर और भी मशीनें बनायी गयीं। जिस मॉडल को यहां पर चित्र में दिखाया गया है वह सन् १६५२ का है। मूल गणक-यंत्र आज भी पेरिस के एक संग्रहालय में देखने को मिल सकता है। इसका एक नमूना लंदन के साइंस-म्यूजियम में भी देखने को मिल जायेगा।

जो मशीन अंकों को जोड़ सकती है वही मशीन, विपरीत क्रम से, अंकों को घटा भी सकती है। इसी तरह जो मशीन अंकों का गुणा कर सकती है वही

मशीन, विपरीत क्रम से, अंकों का भाग भी कर सकती है। पास्कल की मशीन में अंकों को केवल जोड़ने और घटाने की ही व्यवस्था थी। उसमें गुणा करने या भाग देने की व्यवस्था नहीं थी।

इस दूसरी व्यवस्था को पास्कल की मशीन में जोड़ने का काम किया एक दूसरे दार्शनिक-गणितज्ञ ने। जानते हो उस गणितज्ञ का नाम? वह थे जर्मनी के गाटफ्रिड विलहेल्म लिवनिज। उन्होंने पास्कल की मशीन में गुणा और भाग की क्रियाएं भी जोड़ दीं।

अब इस मशीन में जोड़ने, घटाने, गुणन और भाग की क्रियाएं संभव हुईं और अंकगणित की ये ही क्रियाएं मूल परिकर्म हैं। इन चारों परिकर्मों से अंकगणित के किसी भी प्रश्न को हल किया जा सकता है। इस परिवर्तित मशीन को "पास्कल-लिवनिज मशीन" का नाम दिया गया।

लगभग ३०० वर्षों तक यही मशीन गणनाओं के लिए उपयोग में आती रही। बैंकों आदि में इसी मशीन का उपयोग होता रहा।

आज तो विकसित गणक-यंत्रों का निर्माण हो चुका है और इनका संचालन विद्युत-वेग से होता है। इन्हें "विद्युत-गणक" (इलेक्ट्रोनिक कंप्यूटर्स) कहते हैं।

परन्तु फिर भी क्या हम पास्कल की उस पहली मशीन को भूल सकते हैं ? क्या हम यह भूल सकते हैं कि इतिहास की इस पहली मशीन का निर्माण १८ वर्ष के एक तरुण ने किया था ?

पास्कल की उपरोक्त खोज से एक बात तो तुम्हारी समझ में आ ही गयी होगी। वह यह कि वह कोरा गणितज्ञ ही नहीं था, बल्कि एक कुशल यंत्र-निर्माता भी था। प्रायोगिक विज्ञान के क्षेत्र में भी उसकी पहुंच थी।

१६४८ में पास्कल की प्रतिभा का झुकाव एक दूसरी ही दिशा की ओर हुआ।



: ८ :

हमारे चारों तरफ क्या है ? हवा।

हवा-हवा-हवा...

हम सभी हवा के सागर में विचरण करते हैं जिसे हम वायुमंडल कहते हैं। तुम शायद यह भी जानते हो कि इस वायुमंडल का भार भी होता है।

समुद्र की सतह पर वायुमंडल का भार सबसे अधिक होता है। जैसे-जैसे तुम ऊपर जाओगे, वैसे-वैसे भार कम होता जायेगा।

गेलीलियो का नाम तुमने सुना ही है। पहले-पहल उन्होंने ही वायुमंडल के भार के बारे में कुछ सिद्धान्तों की खोज की थी। बाद में गेलीलियो के शिष्य टोरिसेली (सन १६०८-४७) ने प्रयोगों द्वारा वायुमंडल के भार को सिद्ध किया।

टोरिसेली ने लगभग ३० इंच लम्बी कांच की एक नलिका ली। इसमें उन्होंने पारा भरा और फिर

नलिका को पारा भरे एक पात्र में उलट दिया। टोरिसेली ने देखा कि वायुमंडल के भार में परिवर्तन के साथ-साथ नलिका के भीतर पारे की ऊंचाई में भी परिवर्तन होता है।

गेलीलियो और टोरिसेली की खोजों के आधार पर पास्कल ने एक 'बैरोमीटर' यंत्र बनाया और प्रयोगों द्वारा वायुमंडलीय भार के बारे में ऐसे नियम खोज निकाले जिन्हें आज भौतिक-शास्त्र का प्रत्येक विद्यार्थी जानता है।

इस बीच पास्कल की एक बहन का विवाह एम. पेरियर नामक एक सज्जन से हो गया था। पास्कल के सुझाव पर पेरियर महाशय बैरोमीटर को एक ऊंचे पहाड़ पर ले गये। वहां उन्होंने देखा कि बैरोमीटर में पारे की ऊंचाई घट गयी है।

बाद में पास्कल जब अपनी बहन के साथ पेरिस आया तो वहां पुनः उसने यही प्रयोग किया।

अपने प्रयोगों के आधार पर पास्कल ने जिस सिद्धान्त की खोज की वह पास्कल की मृत्यु के ३०० वर्ष बाद भी "पास्कल का तरल-भार सिद्धान्त" नाम से प्रसिद्ध है।

आज के हाइड्रौलिक जैक, हाइड्रौलिक प्रेस और इसी प्रकार की अन्य मशीनें पास्कल के इसी सिद्धान्त पर आधारित हैं।

: ९ :

तुम शायद पूछोगे : पास्कल के इन महत्वपूर्ण आविष्कारों का उस समय के यूरोप पर क्या प्रभाव पड़ा ? यूरोप के महान वैज्ञानिकों ने पास्कल की प्रतिभा का कैसा स्वागत किया ?

सच तो यह है कि पास्कल जैसी प्रतिभा यदा-कदा ही जन्म लेती है। प्रायः समकालीन लोग ऐसी प्रतिभा को बड़ी कठिनाई से पहचान पाते हैं। कारण यह कि ऐसी प्रतिभा, ऐसा मस्तिष्क,. अपने समय से बहुत आगे होता है। विज्ञान का इतिहास ऐसे कई उदाहरणों से भरा पड़ा है जब समकालीन लोगों ने अपने युग की महान प्रतिभाओं की उपेक्षा की। इतना ही नहीं, समकालीन वैज्ञानिक-नेताओं ने भी उनकी उपेक्षा की।

पास्कल के साथ भी यही हुआ। इतनी छोटी उम्र और ऐसे अद्भुत आविष्कार ! बड़े-बड़े वैज्ञानिकों को

भी विश्वास नहीं हुआ। इन्हीं बड़े वैज्ञानिकों में एक थे : रेने दकार्त। रेने दकार्त का नाम तुम पहले भी सुन चुके हो।

दकार्त का जन्म फ्रांस में सन् १५९६ में हुआ। शुरू में हम तुमको बतला चुके हैं कि दकार्त के जन्म के २७ वर्षों बाद पास्कल का जन्म हुआ। दकार्त ने ही गणितशास्त्र के एक महत्वपूर्ण अंग—"निर्देशांक ज्यामिति"—की खोज की। वह न केवल एक महान गणितज्ञ थे, बल्कि महान दार्शनिक भी थे। अपने समय में वह यूरोप के सबसे बड़े वैज्ञानिक माने जाते थे। अपने जीवन के अंतिम दिनों में दकार्त स्वीडेन की रानी क्रिस्टिने के अध्यापक रहे।

उसी समय की बात है : दकार्त और पास्कल की पेरिस में भेंट हुई। पास्कल के पेरिस आ जाने के बाद उनके पिता भी पेरिस आ गये थे। पेरिस आ जाने के बाद पास्कल के पिता राज्य के कौंसिलर बन गये थे।

जैसा कि मैंने तुम्हें बताया, दकार्त को पास्कल के आविष्कारों के प्रति संदेह था। उन्हें विश्वास नहीं हो रहा था कि "शांकवों पर प्रबंध" जैसी उच्चकोटि की चीज एक १६ वर्षीय बालक ने लिखी है। और दकार्त को ही क्यों, किसी को भी यकायक विश्वास नहीं हो

रहा था कि १६ वर्ष के बालक में ऐसी महान प्रतिभा है। इतना ही नहीं, दकार्त का यह भी मत रहा कि बैरोमीटर के विचार पास्कल ने मेर्सेने से चुराये हैं, क्योंकि सर्वप्रथम दकार्त ने ही मेर्सेने से ऐसे विचार प्रकट किये थे।

तुम्हें याद होगा कि मेर्सेने द्वारा आयोजित साप्ताहिक गोष्ठियों में पास्कल भी जाया करता था। परन्तु इतने से ही यह नहीं कहा जा सकता कि पास्कल ने मेर्सेने के माध्यम से दकार्त के विचारों को चुराया था। यह आरोप सच नहीं है। विचार सिर्फ विचार होते हैं। तुम देख ही चुके हो कि बैरोमीटर की उपयोगिता को पास्कल ने प्रयोगों द्वारा किस प्रकार सिद्ध किया।

दकार्त और पास्कल के मतभेदों का एक कारण यह भी था कि दोनों की धार्मिक मान्यताएं अलग-अलग थीं। दकार्त को जेसुइट-संप्रदाय वालों से जीवन भर आश्रय और प्रेम मिला था; इसलिए वह उनका बहुत आदर करता था। किन्तु पास्कल-परिवार, जैसा कि तुम्हें बताया जा चुका है, जान्सेन-संप्रदाय में दीक्षित था। और जान्सेन-संप्रदाय का प्रमुख उद्देश्य था : जेसुइटों को पराजित करना।

इस तरह, फ्रांस के दो महान वैज्ञानिकों के बीच धर्म एक दीवार बन कर खड़ा हो गया था।

फिर भी, वयस्क दकार्त ने तरुण पास्कल को एक उपयोगी सलाह दी।

कौन सी सलाह ?

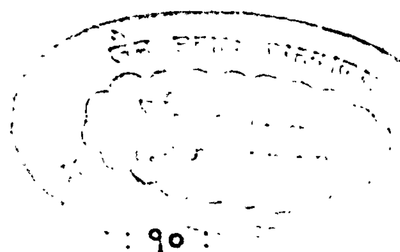
पास्कल की तरह दकार्त का भी स्वास्थ्य बचपन से ही खराब रहा। परन्तु एक विशेष युक्ति से दकार्त अपने स्वास्थ्य की रक्षा करता रहा। सुबह जाग जाने पर वह बिस्तर पर ही पड़ा रहता। बिस्तर पर पड़े-पड़े ही वह सोचता या पढ़ता रहता।

पास्कल को भी दकार्त ने यही सुझाव दिया। अजीर्ण को दूर करने के लिए दकार्त ने पास्कल को बीफ-चाय पीने की सलाह दी।

परन्तु पास्कल ने दकार्त के सुझाव को ठुकरा दिया—शायद इसलिए कि ये सुझाव दकार्त से प्राप्त हुए थे।

कितना अच्छा होता कि पास्कल दकार्त के सुझावों को मान लेता और अपने स्वास्थ्य की रक्षा कर सकता !

लेकिन महान प्रतिभाओं के तो रंग-ढंग ही निराले होते हैं। पास्कल की प्रतिभा का झुकाव अब एक निराली दिशा की ओर घूम चला।



: १० :

पेरिस के निकट पोर्ट-रॉयल नामक एक स्थान है। जान्सेन-संप्रदाय वालों का इस स्थान पर एक प्रमुख मठ है। पास्कल-परिवार इस मठ में आया-जाया करता था।

सन् १६४८ में, २३ वर्ष की आयु में, पास्कल की बहन जक्वेलिन ने ईसाई नन (साध्वी) बनकर इस मठ में जाने की इच्छा प्रकट की। परन्तु, पिता बेटी की इस इच्छा से सहमत नहीं थे। वे किसी तरह जक्वेलिन का मत-परिवर्तन करना चाहते थे। किन्तु जक्वेलिन न केवल खुद उस मठ में जाना चाहती थी, बल्कि अपने भाई को भी खींच ले जाना चाहती थी।

इन्हीं उलझनों में पास्कल-परिवार फिर क्लेरमोन लौट आया।

धार्मिक "परिवर्तन" की उलझनों से पास्कल-परिवार निरन्तर स्थान परिवर्तन करता रहा। १६५०

में पास्कल-परिवार पुनः पेरिस लौट आया। यहीं अगले वर्ष, १६५१ में, पास्कल के पिता की मृत्यु हुई।

पिता की मृत्यु के बाद पास्कल अपने परिवार की संपूर्ण सम्पत्ति का अधिकारी बन गया। साथ ही जक्वेलिन को अपनी इच्छा-पूर्ति की अब पूर्ण स्वतंत्रता मिल गयी। जानते हो कौन-सी इच्छा? मैं तुम्हें पहले ही बता चुका हूं कि जक्वेलिन नन बनकर पोर्ट-रॉयल के मठ में जाना चाहती थी। पिता की आज्ञा न मानने का अब प्रश्न ही न रहा। अन्त में वह नन बन गयी। साथ ही वह इस बात के लिए प्रयत्न करती रही कि पास्कल भी मठ में चला आये।

पास्कल कोई निश्चय नहीं कर पाया। लगभग तीन साल तक वह उपवास के दिन गुजारता रहा। आखिर वह दिन आया कि उसने "परिवर्तन" स्वीकार कर लिया।

क्या तुम "परिवर्तन" का अर्थ समझते हो? इसका ठीक-ठीक अर्थ समझने के लिए तुम्हें ईसाई-धर्म और उसके सम्प्रदायों के बारे में जानना होगा। मोटे रूप में कहा जाय तो "परिवर्तन" का अर्थ होगा: सांसारिक व्यापारों को तिलांजलि देना। ईसाई-धर्म की दृष्टि में

गणित भी चूंकि एक सांसारिक व्यापार है, इसलिए पास्कल को गणित भी छोड़ देना पड़ा।

कुछ तो अपनी इच्छा से, और कुछ अपनी बहन जवबेलिन के प्रभाव से—पास्कल अब पोर्ट-रॉयल में रहने आ गया। उपभोग और चिंतन सम्बंधी सभी बातों को पास्कल ने त्याग दिया। बस, वह "मनुष्य की महानता और परवशता" पर विचार करता रहता।

इस समय पास्कल की आयु ३१ वर्ष की थी। इसके बाद केवल एक बार पास्कल ने गणित को हाथ लगाया। उसने गणित में जो कुछ भी आविष्कार किये वे सब इसके पहले के हैं। यह बड़े सौभाग्य की बात है कि 'परिवर्तन' के पहले ही पास्कल ने फर्मा के सहयोग से उस महान गणितशास्त्र का निर्माण किया, जिसे आज हम "थ्योरी ऑफ प्रोबेबिलिटी" कहते हैं।



इस पुस्तक के आरम्भ में तुमको ताश के खेल का एक किस्सा सुना चुका हूं। क्या तुम्हें वह किस्सा याद है? कवेलिये द मेरे नाम के पेशेवर जुआरी ने ताश के खेल का वह सवाल पास्कल के सामने पेश किया था।

उस प्रश्न के हल को लेकर पास्कल और एक अन्य समकालीन गणितज्ञ के बीच एक लम्बा पत्र-व्यवहार शुरू हो गया। जानते हो उस गणितज्ञ का नाम क्या था? गणितज्ञ का नाम था: पियरे फर्मा।

फर्मा भी फ्रांस का ही निवासी था। उसका जन्म १६०१ में हुआ था। पास्कल और फर्मा के बीच ताश के खेल के उस मामूली सवाल को लेकर जो पत्र-व्यवहार हुआ वह गणित के इतिहास में अमर हो गया। कारण यह कि इसी पत्र-व्यवहार ने गणितशास्त्र में एक महत्वपूर्ण उपांग की सृष्टि की—संभाविता-सिद्धान्त (थ्योरी ऑफ प्रोबेबिलिटी)—के सिद्धान्त की।

त की गहरायी में पहुंचना तो तुम्हारे होगा, लेकिन इस सिद्धान्त की कुछ नीचे लिखी बातचीत से तुम्हारी समझ ।

न कुछ मित्र भोजन के बाद एक बड़े मजेदार विषय पर चर्चा करने बैठ गये। चर्चा का विषय था : किसी घटना की संभावना (प्रोबेबिलिटी) क्या हो सकती है?

इस गोष्ठी में एक तरुण गणितज्ञ भी था। गणितज्ञ ने अपनी जेब से एक सिक्का निकाला। मित्रों को सिक्का दिखा कर उसने कहा :

"देखो, इस सिक्के को मैं मेज पर उछालता हूं। अच्छा बोलो—यह चित ही गिरेगा इस बात की संभावना क्या है?"

"लेकिन पहले यह तो बतलाइये कि यह 'संभावना' है क्या बला?" सब ने एक साथ पूछा।

"यह तो बड़ी सीधी-सी बात है। सिक्के के लिए दो ही 'संभावनाएं' हैं : या तो यह चित गिरेगा, या पट। एक बार की उछाल में केवल एक ही संभावना हो सकती है। इस तरह हम देखते हैं कि :

$$\frac{\text{अपेक्षित घटनाओं की संख्या}}{\text{संभावित घटनाओं की संख्या}} = \frac{१}{२}$$

बस, यह १/२ भिन्न सिक्के के चित गिरने की संभावना दरशाता है ।"

"अच्छा, मान लिया । एक सिक्के के लिए तो इस बात को समझना सरल है," एक मित्र ने बीच में ही टोका, "लेकिन उछाली जाने वाली चीज अगर पांसा हो तो ?"

"ठीक है," गणितज्ञ ने कहा, "आइए, हम एक पांसे को ही ले लें । पांसा घनाकार होता है, यानी उसके छः चेहरे होते हैं । उसके प्रत्येक चेहरे पर संख्या-चिह्न होते हैं—एक से लेकर छः तक ।"

"ठीक है ।" दूसरे मित्र ने कहा । "लेकिन पहले ही दांव में ६ आने की संभावना क्या है ?"

"कुल संभावनाएं कितनी हैं ?" गणितज्ञ समझाते हुए बोला : "घन के छः चेहरे हैं इसलिए १ से ६ तक कोई भी संख्या पहले दांव में आ सकती है । अतः इस स्थिति में संभावना होगी : १/६ ।"

गोष्ठी ने अब दूसरा ही रूप धारण कर लिया । मेजबान ने गणितज्ञ से पूछा : "तो क्या किसी भी घटना की संभावना (प्रोबेबिलिटी) निकाली जा सकती है ? मेरा अनुमान है कि खिड़की के सामने से गुजरने वाला पहला व्यक्ति पुरुष होगा । बताइए, मेरे इस अनुमान की संभावना क्या है ?" हंसते हुए उसने कहा ।

"यदि हम यह मान लेते हैं कि संसार में पुरुष और स्त्रियों की संख्या समान है तो इस अनुमान की संभावना १/२ है।" गणितज्ञ ने सीधा-सा उत्तर दे दिया।

"और, पहले दो व्यक्ति पुरुष ही होंगे—इस घटना की संभावना क्या है?" एक दूसरे व्यक्ति ने पूछा।

"पहले हम विभिन्न संभावनाओं पर विचार करेंगे। पहले तो यह संभव है कि दोनों ही व्यक्ति पुरुष होंगे। दूसरे, पहला पुरुष हो सकता है, दूसरी स्त्री। तीसरे, पहली स्त्री हो सकती है, दूसरा पुरुष। चौथे, दोनों औरतें हो सकती हैं। इस तरह ४ ही संभावनाएं हैं। और इनमें से हमें केवल एक संभावना चाहिए। इसलिए इस अपेक्षित घटना की संभावना १/४ है। यही आपके प्रश्न का उत्तर है।"

"यह तो समझ में आ गया।" उस व्यक्ति ने कहा। "लेकिन प्रश्न यदि तीन पुरुषों का हो तो? हमारी खिड़की के सामने से गुजरनेवाले प्रथम तीन व्यक्ति पुरुष ही होंगे, इस घटना की संभावना क्या है?"

"पहले की तरह इस बार भी हम विभिन्न संभावनाओं पर विचार करेंगे।" गणितज्ञ ने कहा। "ऊपर हम देख चुके हैं कि दो राहगीरों के लिए विभिन्न

संभावनाएं ४ हैं। एक और राहगीर को जोड़ने से संभावनाएं दुगनी हो जाती हैं। कारण यह कि दो राहगीरों की ४ संभावनाओं में से हरेक में हम एक पुरुष या एक स्त्री जोड़ सकते हैं। अतः इस उदाहरण में ८ विभिन्न सभावनाएं हैं। जाहिर है, इस बार संभावना १/८ होगी—क्योंकि ८ में से केवल एक ही संभावना की हमें अपेक्षा है।"

"लेकिन संभावना निकालने का तरीका क्या है?" एक मित्र ने गणितज्ञ से पूछा।

"संभावना निकालने का तरीका यह है: दो राहगीरों के उदाहरण में संभावना होगी, १/२×१/२=१/४। तीन राहगीरों के उदाहरण में संभावना होगी, १/२×१/२×१/२=१/८। आप देखेंगे कि हर बार संभावना कम होती जाती है।"

"१० राहगीरों के लिए क्या संभावना होगी?" किसी ने पूछ दिया।

"आपका मतलब है—'प्रथम दस राहगीर पुरुष ही होंगे इस बात की संभावना क्या होगी?' यह होगी: १/२×१/२×१/२×१/२×१/२×१/२×१/२×१/२×१/२×१/२= $\frac{१}{१०२४}$। इस घटना पर आप १ रुपये की शर्त

लगाते हैं तो इस घटना के घटित न होने पर मैं १००० रुपयों की शर्त लगा सकता हूं।" गणितज्ञ ने कहा।

"शर्त तो बड़ी लुभावनी है।" मंडली में से एक व्यक्ति बोल उठा। "मैं तो १००० के लिए १ रुपये से ज्यादा की शर्त लगा सकता हूं।"

"लेकिन यह मत भूलिए कि इस शर्त को जीतने की संभावना १००० में सिर्फ एक है।" गणितज्ञ ने कहा।

"कोई बात नहीं।" शर्त बदने वाले व्यक्ति ने चहक कर कहा। "१००० के लिए १ रुपया लगाने के लिए तो मैं इस संभावना के लिए भी तैयार हूं कि पहले १०० व्यक्ति पुरुष ही होंगे।"

"आप जानते हैं कि इस घटना की संभावना कितनी कम है ?" गणितज्ञ बोला।

"शायद दस लाख में एक।" उस व्यक्ति ने कहा।

"नहीं, इससे भी कम। दस लाख में एक तो सिर्फ २० राहगीरों की संभावना है। १०० राहगीर पुरुष ही होंगे इस घटना की संभावना है :

"क्या आप इसे कम समझते हैं ? इतनी तो समुद्र में बूंदें भी नहीं हैं।"

"खैर ! आप मेरे एक रुपये के मुकाबले कितने की शर्त लगाते हैं ?"

"सभी कुछ। सभी कुछ—जो कुछ मेरे पास है।" गणितज्ञ ने बड़े आत्म-विश्वास के साथ कहा।

"सभी कुछ तो बहुत ज्यादा होगा। मैं अपने रुपये के बदले केवल आपकी साइकिल ले लूंगा।"

"लेकिन आप यह नहीं जानते कि आप कभी जीत नहीं सकते। आप को साइकिल कभी नहीं मिलेगी।" गणितज्ञ ने फिर कहा।

"नहीं, यह शर्त मत लगाओ," गणितज्ञ के मित्र ने गणितज्ञ को बीच में ही टोका। "एक रुपये के बदले एक साइकिल की शर्त ? यह तो सरासर पागलपन है !"

"लेकिन, इसके मुकाबले में एक रुपये की शर्त भी पागलपन है।" गणितज्ञ अपनी बात पर अड़ा रहा।

"फिर भी मेरे जीतने की कुछ तो संभावना है ही ?" शर्त लगाने वाले व्यक्ति ने मुस्कराते हुए कहा।

"हां, सागर में एक बूंद—यही संभावना है। मैं यकीनन जीत जाऊंगा।" यह गणितज्ञ का उत्तर था।



इतने में बाहर से मिलिटरी बैंड की ध्वनि सुनायी दी। थोड़ी देर बाद सबने देखा कि सिपाहियों की एक पूरी पल्टन सड़क पर से गुजर रही है।

बेचारा गणितज्ञ हार गया।

तुम पूछोगे, संभावना इतनी कम होने पर भी गणितज्ञ कैसे हार गया?

गणितज्ञ की गणितीय संभावना में कोई गलती नहीं है। संभावना आखिर संभावना ही तो है। दर-असल, शर्त जीतने वाले से पहले ही हार ने मिलिटरी

"क्या आप इसे कम समझते हैं ? इतनी तो समुद्र में बूंदें भी नहीं हैं।"

"खैर ! आप मेरे एक रुपये के मुकाबले कितने की शर्त लगाते हैं ?"

"सभी कुछ। सभी कुछ—जो कुछ मेरे पास है।" गणितज्ञ ने बड़े आत्म-विश्वास के साथ कहा।

"सभी कुछ तो बहुत ज्यादा होगा। मैं अपने रुपये के बदले केवल आपकी साइकिल ले लूंगा।"

"लेकिन आप यह नहीं जानते कि आप कभी जीत नहीं सकते। आप को साइकिल कभी नहीं मिलेगी।" गणितज्ञ ने फिर कहा।

"नहीं, यह शर्त मत लगाओ," गणितज्ञ के मित्र ने गणितज्ञ को बीच में ही टोका। "एक रुपये के बदले एक साइकिल की शर्त ? यह तो सरासर पागलपन है !"

"लेकिन, इसके मुकाबले में एक रुपये की शर्त भी पागलपन है।" गणितज्ञ अपनी बात पर अड़ा रहा।

"फिर भी मेरे जीतने की कुछ तो संभावना है ही ?" शर्त लगाने वाले व्यक्ति ने मुस्कराते हुए कहा।

"हां, सागर में एक बूंद—यही संभावना है। मैं यकीनन जीत जाऊंगा।" यह गणितज्ञ का उत्तर था।



इतने में बाहर से मिलिटरी बैंड की ध्वनि सुनायी दी। थोड़ी देर बाद सबने देखा कि सिपाहियों की एक पूरी पलटन सड़क पर से गुजर रही है।

बेचारा गणितज्ञ हार गया।

तुम पूछोगे, संभावना इतनी कम होने पर भी गणितज्ञ कैसे हार गया?

गणितज्ञ की गणितीय संभावना में कोई गलती नहीं है। संभावना आखिर संभावना ही तो है। दर-असल, शर्त जीतने वाले ने पहले ही दूर से मिलिटरी बैंड की आवाज सुन ली थी। इसलिए उसे विश्वास था कि जीत उसी की होगी। गणितज्ञ बेचारा गणितीय चिंतन में इतना डूबा हुआ था कि बैंड की तरफ उसका ध्यान ही न गया।

"संभाविता-सिद्धान्त" का कुछ न कुछ अंदाजा तुम्हें अब हो गया होगा। तुम्हें याद होगा कि एक जुआरी के मामूली सवाल को लेकर इस विज्ञान की शुरूआत हुई। फर्मा और पास्कल के बीच इस सवाल को लेकर लम्बा पत्र-व्यवहार हुआ और अन्त में "संभाविता-सिद्धान्त" ने जन्म लिया।

तुम शायद आश्चर्य करोगे कि एक जुआरी के एक मामूली सवाल ने एक महत्वपूर्ण विज्ञान को कैसे जन्म दिया ? सच तो यह है कि विज्ञान के इतिहास में ऐसे उदाहरणों की कमी नहीं है। मामूली घटनाओं ने, मामूली सवालों ने, जो आरम्भ में बहुत सरल मालूम होते हैं, विज्ञान को अमूल्य निधियां दी हैं।

जुआरी के जिस सवाल ने संभाविता-सिद्धान्त को जन्म दिया, वह आज बड़े महत्व का है। सभी प्रकार के बीमा-व्यापारों में, गणितीय-सांख्यिकी में, जीव-विज्ञान में, गणनाओं और भौतिकी आदि विज्ञानों के मूल में—यही संभाविता-सिद्धान्त काम करता है। आधुनिक भौतिक-विज्ञान में तो यह बहुत ही महत्वपूर्ण सिद्ध हुआ है।

परमाणु का नाम तुमने सुना होगा। सरल शब्दों में कहें तो परमाणु के केन्द्र में एक नाभिक होता है

और इसके चारों ओर इलेक्ट्रान तीव्र गति से चक्कर लगाते हैं। इन इलेक्ट्रानों के अपने परिक्रमा-मार्ग में हम यह नहीं बतला सकते कि अमुक इलेक्ट्रान 'इस समय इस स्थान पर' है। हम केवल यही बतला सकते हैं कि इस इलेक्ट्रान की 'इस स्थान पर' होने की 'संभावना' है। आधुनिक भौतिक-विज्ञान का एक महत्त्वपूर्ण उपांग—क्वांटम-सिद्धान्त—इसी संभाविता-सिद्धान्त पर आधारित है।

वास्तव में क्वांटम-सिद्धान्त ने भौतिक-जगत सम्बंधी हमारी बहुत-सी प्राचीन मान्यताओं को बदल दिया है। इस सिद्धान्त के साथ, जिसके मूल में संभाविता-सिद्धान्त है, भौतिक-जगत हमारे सामने एक नये रूप में प्रकट होता जा रहा है। अब तो ऐसा लगने लगा है कि भौतिक-जगत के सभी नियम मूलतः संभाविता-सिद्धान्त पर ही आधारित हैं।

लेकिन उस समय न तो पास्कल को और न फर्मा को इस बात का अंदाजा था कि जुए के एक प्रश्न से जन्म लेनेवाला उनका यह सिद्धान्त आगे चलकर इतने महत्त्व का बन जायेगा।

: १२ :

पास्कल के संभाविता-सिद्धान्त के साथ उसके एक और आविष्कार की चर्चा कर देना जरूरी है।

कौन-सा आविष्कार ?

यह आविष्कार बीजगणित से सम्बंधित है।

बीजगणित से तुम परिचित हो। बीजगणित में अव्यक्त संख्याओं की चर्चा रहती है। पास्कल ने संख्याओं की एक ऐसी योजना खोज निकाली, जो आज "पास्कल का त्रिकोण" के नाम से प्रसिद्ध है। उच्च गणित की कई शाखाओं से इस त्रिकोण का सम्बंध है।

आओ, इस योजना से तुम्हें भी परिचित करा दूं। यह योजना बड़ी रोचक है।

अच्छा, संख्याओं को निम्न प्रकार से लिखते जाओ :

१
१ १
१ २ १
१ ३ ३ १
१ ४ ६ ४ १
१ ५ १० १० ५ १
... ...

कहो, तुमने कुछ देखा ? तुम देख रहे हो कि यह संख्या-योजना त्रिकोण के आकार की है। तुम पूछोगे : इसकी रचना कैसे होती है ?

तो सुनो...

त्रिकोण के शीर्ष-विंदु में है : १। शेष पंक्तियों में दो या दो से ज्यादा संख्याएं हैं। सबसे ऊपर की संख्या, यानी १, को छोड़कर शेष सभी पंक्तियों की संख्याएं पूर्व पंक्ति की संख्याओं से प्राप्त होती हैं। इतना तो स्पष्ट ही है कि इस त्रिकोण के दोनों कर्णों पर सिर्फ १-१ के ही अंक रहते हैं। प्रश्न उठता है बीच के अंकों का।

उदाहरण के लिए ऊपर के त्रिकोण की छठी पंक्ति को ही ले लो। इसमें कुल कितने अंक हैं ? गिनो। तुम पाओगे कि इसमें ६ अंक हैं। दोनों सिरों पर १-१, और बीच में क्रमशः ५, १०, १०, ५ है। है न यही बात ? अच्छा, अब पांचवीं पंक्ति को देखो। इसमें सिरों पर १-१ अंक हैं, और बीच में ४, ६, ४ अंक हैं। छठी पंक्ति के ५ के ऊपर दायें-बायें १ व ४ संख्याएं हैं, और इन दो संख्याओं का जोड़ होता है : ५। इसी प्रकार १० के ऊपर दायें-बायें ६ व ४ हैं, और इनका जोड़ भी होता है १०। इसी प्रकार, ऊपर की पंक्ति के अगल-बगल के युग्मों को जोड़ते जाने से नई पंक्ति प्राप्त होती है।

इस नियम के अनुसार अब तुम जरा ७वीं पंक्ति तो निकालो।

निस्संदेह, इसमें कुल संख्याएं ७ होंगी : दोनों सिरों पर १-१; बायें से दायें, दूसरी संख्या होगी : १+५=६; तीसरी संख्या होगी : ५+१०=१५; चौथी संख्या होगी : १०+१०=२०; पांचवीं संख्या होगी : १०+५ =१५; छठी संख्या होगी...

कौन सी ?

५+१=६।

अब तो तुम स्वयं भी इस त्रिकोण का निर्माण कर सकते हो !

वैसे तो गणितशास्त्र में इस अद्भुत त्रिकोण के कई उपयोग हैं, और स्वयं पास्कल ने "संभाविता-सिद्धान्त" से सम्बंधित गणनाओं के लिए इसकी खोज की थी। पर, लगे हाथ तुम्हें भी इसका एक उपयोग बता दूं।

बीजगणित के नीचे लिखे श्रेणी-विस्तार पर विचार करो...

$$(\text{त})^{१} = (१)\text{त}^{१}$$
$$(१+\text{त})^{१} = (१)+(१)\text{त}^{१}$$
$$(१+\text{त})^{२} = (१)+(२)\text{त}+(१)\text{त}^{२}$$
$$(१+\text{त})^{३} = (१)+(३)\text{त}+(३)\text{त}^{२}+(१)\text{त}^{३}$$
$$(१+\text{त})^{४} = (१)+(४)\text{त}+(६)\text{त}^{२}+(४)\text{त}^{३}+(१)\text{त}^{४}$$
$$\ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots$$
$$(१+\text{त})^{\text{न}} = \text{—} \qquad \text{—} \qquad \text{—}$$

तुम देखोगे कि ऊपर के श्रेणी-विस्तार में पदों के जो गुणक-अंक हैं, वे "पास्कल-त्रिकोण" के ही अनुरूप हैं। इसलिए पास्कल के त्रिकोण से $(१+त)^न$ के विस्तार का बड़ी आसानी से पता लगाया जा सकता है।

गणितशास्त्र में संख्याओं के विस्तार या उनके मान को उतने महत्व का नहीं माना जाता जितना कि उनकी योजना या स्वरूप को। यहां पर जो खास बात हम देखते है वह यह है कि पास्कल ने अंकगणित की सख्याओं को ज्यामितीय रूप दे दिया है। यही इस खोज की सबसे बड़ी विशेषता है। इस तरह, पास्कल ने उच्च बीजगणित को जन्म देकर भविष्य के महान गणितज्ञ बरनौली, आउलर, काइले आदि के लिए नयी खोजों का रास्ता खोल दिया।

अपनी प्रसिद्ध पुस्तक 'पेंसी' में पास्कल ने एक बड़ी दिलचस्प बात लिखी है। उसने लिखा है : "मैंने कुछ नया नहीं खोजा है—यह कहने का किसी को अधिकार नहीं है। विषय की योजना तो नयी है। हम जब टेनिस खेलते हैं तो दोनों खिलाड़ी उसी एक गेंद से खेलते हैं, पर उन दोनों में से एक खिलाड़ी बेहतर खेलता है।"

: १३ :

हम तुम्हें बतला ही चुके हैं कि सन् १६५४ में पास्कल पोर्ट रॉयल चला गया था। उसकी बहन जक्वेलिन तो पहले ही वहां के मठ में पहुंच गयी थी। पास्कल की आयु इस समय ३१ वर्ष की थी।

पास्कल के मठ में जाने का अर्थ था, सभी सांसारिक व्यापारों का त्याग कर देना। उसने गणित को भी छोड़ दिया। तुम समझ सकते हो कि गणित को इससे कितनी क्षति हुई होगी। लेकिन एक लाभ हुआ। मठ में नियमित जीवन बिताने से पास्कल के स्वास्थ्य में कुछ सुधार हुआ।

सन १६५८ की बात है। पास्कल को मानसिक कष्टों के अलावा शारीरिक कष्ट भी थे। उसकी रातें अनिद्रा में बीततीं। दांतों का भी कष्ट था। उस जमाने में दंत-चिकित्सा आज जैसी विकसित नहीं हुई थी। दांतों में कष्ट होता तो नाई के पास जाना पड़ता था

और उसी से दांत उखड़वाने पड़ते थे। उस जमाने में नाई ही 'डेन्टिस्ट' थे।

एक रात की बात है। पास्कल के दांतों में असहनीय पीड़ा हो रही थी। पीड़ा के मारे उसको नींद नहीं आ रही थी। वह सोच रहा था—हाय, किस प्रकार यह पीड़ा कम होगी! बस वह तन्मय होकर 'ज्यामिति की हेलेन' के बारे में सोचने लगा। वह अपने चित्त को कष्ट से हटाना चाहता था। उसे बड़ा आश्चर्य हुआ, जब उसने अनुभव किया कि पीड़ा कम हो गयी है।

लेकिन यह क्या? वह तो फिर गणित पर लौट आया! उसने इस घटना का यही अर्थ निकाला कि 'ज्यामिति की हेलेन' पर सोचकर उसने कोई पाप नहीं किया है।

अब क्या था! पास्कल लगातार ८ दिनों तक 'ज्यामिति की हेलेन' के बारे में सोचता रहा। इससे संबंधित कई समस्याओं का हल उसने खोज निकाला। जिन बातों को उसने खोजा उन्हें पास्कल ने अपने नाम से प्रकाशित न करके 'आइम हेटोनविले' नाम से प्रकाशित किया।

गणित के क्षेत्र में पास्कल की यह अंतिम खोज थी और पोर्ट-रॉयल में आने के बाद विज्ञान के लिए उसकी यही सबसे बड़ी देन थी।

अरे तुम पूछ रहे हो : यह 'ज्यामिति की हेलेन' क्या बला है ?

तो सुनो, तुम्हें बतलाएं।



: १४ :

'हेलेन' का नाम तुमने सुना है ?

निस्संदेह यह एक लड़की का नाम है। लेकिन जिस हेलेन की मैं चर्चा कर रहा हूं, वह आजकल की कोई हेलेन नहीं है। वह ढाई हजार वर्षों से भी पहले की हेलेन है।

हेलेन यूनान की एक खूबसूरत राजकुमारी थी। एक ट्रोजन राजकुमार उससे प्रेम करता था, इसलिए वह उसे भगाकर ले गया था। इस बात को लेकर यूनानी और ट्रोजन लोगों में भयानक युद्ध हुआ। कई वर्षों तक यह युद्ध चलता रहा। हजारों सैनिक इस युद्ध में मारे गये। इतिहास में "यूनानी-ट्रोजन-युद्ध" के नाम से यह घटना प्रसिद्ध है।

लेकिन तुम पूछोगे "ज्यामिति की हेलेन" कौन-सी है ?

जरा रुक जाओ।

किसी भी वृत्ताकृति की कल्पना करो : मान लो एक पहिया है। इस पहिए की परिधि पर एक स्थिर विंदु ले लो। अब इस पहिए को समतल भूमि पर चलाओ। सवाल है : पहिए की परिधि पर स्थित विंदु किस मार्ग में गमन करेगा ?

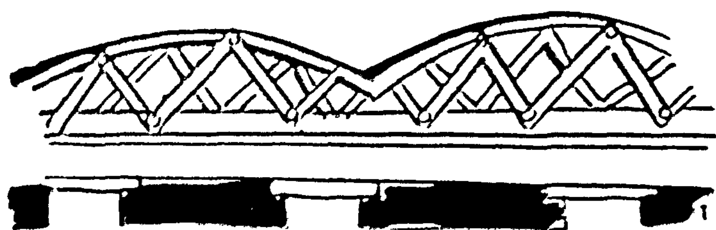
तुम चाहो तो एक गोल सिक्का लेकर भी यह प्रयोग कर सकते हो। कागज पर एक सरल रेखा खींचकर इस पर उस सिक्के को चलाओ। साथ ही परिधि पर चिन्हित विंदु के मार्ग को निर्धारित करते जाओ। तुम देखोगे कि तुम्हें एक वक्र प्राप्त होता है।

गणित की भाषा में इस वक्र को 'साइक्लोआइड' कहते हैं।

वृत्त, दीर्घवृत्त, परवलय आदि वक्रों की तरह 'साइक्लोआइड' भी एक खास वक्र है। वृत्त, दीर्घवृत्त की तरह ही इस वक्र के भी अपने कुछ गुण-धर्म हैं।

वास्तव में पास्कल के लगभग डेढ़-सौ साल पहले ही यह वक्र ज्यामिति में प्रवेश कर चुका था। प्रसिद्ध वैज्ञानिक गेलीलियो और उसके शिष्य विवियानी ने भी इस वक्र का अध्ययन किया था। गेलिलियो ने सबसे पहले सुझाव दिया था कि इस वक्र के आकार के आर्क-पुल बनाये जा सकते हैं। जब से कंक्रीट को तैयार

करना संभव हुआ है, बड़े-बड़े मार्गों पर इस वक्र के आकार के पुलों का निर्माण होने लगा है।



'ज्यामिति की हेलेन' का जादू

लंदन शहर में एक प्रसिद्ध गिरजाघर है। सेंट पॉल का कैथेड्रल। इस गिरजाघर की योजना सर क्रिस्टफर रेन ने बनायी थी। क्रिस्टफर रेन ने साइक्लोआइड का अध्ययन करके उस वक्र के चाप की लम्बाई एवं गुरुत्वकेन्द्र मालूम किये।

प्रसिद्ध भौतिकवेत्ता हाइगेन ने तो इस वक्र का पेंडुलम घड़ियों के निर्माण के लिए इस्तेमाल किया। हाइगेन का एक महत्त्वपूर्ण आविष्कार इसी 'साइक्लोआइड' वक्र से सम्बंधित था।

इस वक्र को उलटा कटोरी के आकार में रखा जाये तो यह 'टटोक्रोने' कहलायेगा। हाइगेन ने सिद्ध किया कि इस टटोक्रोने वक्र के किसी भी स्थान पर यदि कणिका रखी जाये और गुरुत्वाकर्षण के अन्तर्गत उन्हें

नीचे सरकने दिया जाय तो सभी मणि सबसे नीचे के विंदु पर आने में एक-सा समय लगायेंगे।

और फिर पता नहीं कितने गणितज्ञों ने इस वक्र के गुण-धर्मों को लेकर माथापच्ची की होगी ! पता नहीं कितने गणितज्ञों ने एक-दूसरे को चुनौती दी होगी ! इसीलिए इस वक्र को "ज्यामिति की हेलेन" का नाम दिया गया।

पास्कल भी इस 'हेलेन' से कैसे अछूता रहता। इस हेलेन ने उसके भी संयम को तोड़ दिया और लगा-तार आठ दिनों तक पास्कल इस वक्र के नये-नये गुण-धर्मों की खोज करता रहा।

गणित के क्षेत्र में पास्कल की यही अंतिम खो[ज] थी।



बचपन से ही जो व्यक्ति कमजोर रहा हो, जीवन भर जिसने शारीरिक व मानसिक यातनाएं सही हों, अल्पायु से ही गणित की खोज के लिए जिसने अपनी रातें अनिद्रा में बितायी हों—वह आखिर कितने दिनों तक जीवित रह सकता है ?

शरीर की सामर्थ्य की भी अपनी एक सीमा होती है।

हम तुम्हें बतला ही चुके हैं कि सन १६५८ में अंतिम बार पास्कल ने गणित को छुआ। तदनंतर वह बीमार हो गया। वैसे तो जीवन भर ही पास्कल बीमार रहा। किन्तु इस बार की बीमारी अपनी अंतिम सीमा

जून १६६२ में उसने अपना मकान एक ऐसे परिवार को दे दिया जो चेचक की बीमारी से पीड़ित था। खुद अपनी विवाहित बहन के साथ रहने चला गया। आखिर उसके कष्टमय जीवन का अंत आ ही गया।

१९ अगस्त १६६२ में पास्कल की मृत्यु हुई।

इस समय पास्कल की आयु केवल ३९ साल की थी।



तुम शायद पूछो : क्या पास्कल ने गणित के अतिरिक्त और भी कुछ किया है ?

हां, किया है। सच तो यह है कि साधारण जनता के लिए पास्कल एक गणितज्ञ से बढ़कर एक साहित्यिक के रूप में सामने आया।

हम तुम्हें बतला चुके हैं कि सन् १६५४ में सभी सांसारिक वस्तुओं का त्याग करके पास्कल पोर्ट-रॉयल के मठ में चला गया था।

पोर्ट-रॉयल की ही घटना है। पास्कल के एक मित्र अर्नोल्ड को उसकी धार्मिक मान्यताओं के लिए दंड दिया गया। अपने मित्र की पैरवी करने के उद्देश्य से ही पास्कल ने १८ प्रसिद्ध पत्र लिखे जो 'प्रॉविन्शल लेटर्स' के नाम से प्रसिद्ध हुए।

इन पत्रों का विषय बहुत ही विवादास्पद है। इन पत्रों में जेसुइट-संप्रदाय वालों पर जबर्दस्त आक्र-

मण किया गया है। इतना जबरदस्त आक्रमण कि कुछ लोगों के मत में जेसुइट-संप्रदाय वाले अभी तक इससे अपनी रक्षा नहीं कर पाये। कुछ धार्मिक लोगों की तो यहां तक मान्यता रही है कि इन 'प्रॉविंशल लेटर्स' में कोई 'जादू' ही निहित है। इन पत्रों ने जेसुइटों पर विष-सा असर किया।

उपरोक्त पत्रों को लिखने के बाद पास्कल को 'ईसाई धर्म की क्षमा-याचना' लिखने की इच्छा हुई। परन्तु कमजोर स्वास्थ्य के कारण वह अपनी इस योजना को पूरा नहीं कर पाया। इस योजना के लिए जो नोट्स उसने तैयार किये, वे ही बाद में 'पेंसी' के नाम से प्रकाशित हुए।

पास्कल ने गणित के अलावा जो कुछ भी कार्य किया वह सब धार्मिक रहस्यवाद से सराबोर है।

लेकिन इसके अलावा इन रचनाओं का खास साहित्यिक महत्व है। पास्कल की भाषा इतनी प्रभावशाली है कि वह हर पाठक को मोह लेती है। इसीलिए आज भी पास्कल को बड़े उत्साह से पढ़ा जाता है; इसीलिए जनसाधारण पास्कल से फ्रेंच गद्य के निर्माता के रूप में परिचित हैं।

पास्कल की जीवनी तुमने पढ़ डाली। पास्कल के गणितीय आविष्कारों से सम्बंधित कुछ बातें शायद तुम्हारी समझ में न आई हों।

यह भी सम्भव है कि किसी साहित्यिक, चित्रकार या समाज-सुधारक की जीवनी की तरह पास्कल की इस जीवनी ने तुम्हारा मनोरंजन न किया हो। पर यह मत भूलो कि तुमने संसार के एक महान गणितज्ञ का परिचय प्राप्त किया है। किसी कहानी-उपन्यास को पढ़ने में और गणित के प्रश्न हल करने में क्या तुम्हें एक-सा ही आनन्द आता है? गणित के प्रश्नों को हल करने में तुम्हें अधिक दिमाग लगाना पड़ता है, यह भी तुम जानते ही हो।

पास्कल ही क्यों, किसी भी महान गणितज्ञ की महानता उसके आविष्कारों में निहित है। किसी महान [illegible] का निर्णय करने के लिए साहित्यिक की जिन

तरह समाज और मनुष्य के अन्तर्भेदों तक पहुंचना पड़ता है, उसी प्रकार गणितज्ञ को प्रकृति के गूढ़तम रहस्यों तक पहुंचने के लिए सामाजिक आवरण को ठुकरा देना पड़ता है। पास्कल के सामाजिक-जीवन के गुण-दोषों की अपेक्षा उसके वैज्ञानिक आविष्कार कहीं ज्यादा महत्वपूर्ण हैं।

क्या तुम्हें इस बात पर आश्चर्य नहीं होता कि १२ वर्ष का एक बालक, किसी की सहायता के बिना, स्वयं ही यूक्लिड के कई प्रमेयों को सिद्ध करता है? क्या तुम्हें इस बात पर आश्चर्य नहीं होता कि १६ साल का एक अस्वस्थ बालक "रहस्यमय षट्भुज" जैसे प्रमेय की सृष्टि करके, "शांकवों पर प्रबंध" लिखकर, गणित-शास्त्र में एक नये अंग की सृष्टि करता है? "प्रक्षेप-ज्यामिति" को जन्म देकर पास्कल ने विज्ञान के मार्ग को कितना प्रशस्त किया है, यह विज्ञान का विद्यार्थी ही समझ सकता है।

और फिर, जुआरी के उस सवाल ने तो हमारे ज्ञान-भवन की नीव को ही हिला दिया। शताब्दियों तक बड़े-बड़े दार्शनिकों की यह मान्यता रही है कि प्रकृति के समस्त कार्य-कलाप पूर्व निर्धारित किये जा सकते हैं। हम गणित की सहायता से यह पहले ही निर्धारित कर

सकते हैं कि चंद्रमा, पृथ्वी के चारों ओर अपने परिक्रमा-मार्ग में अमुक समय में अमुक स्थान पर रहेगा।

पर यह हुई विशाल-जगत की बात। सूक्ष्म-जगत—परमाणु-जगत—में 'गति' एवं 'स्थिति' को एक साथ निर्धारित करना संभव नहीं। एक को निर्धारित करने पर हम दूसरे की केवल 'संभावना' ही बतला सकते हैं। पास्कल का 'संभाविता-सिद्धान्त' कोरा गणितीय सिद्धान्त नहीं है। यह प्रकृति की लीलाओं के मूल में पैठा हुआ है। 'क्वांटम सिद्धान्त' से लेकर ज्ञान-मीमांसा तक इस संभाविता-सिद्धान्त का विस्तार है।

आज का युग विशेषज्ञों का युग है—कम और कम के बारे में अधिक और अधिक जानने का युग है। आज के वैज्ञानिक के लिए यह संभव है ही नहीं कि वह विज्ञान के विविध अंगों का अध्ययन करके सभी में कुछ न कुछ खोज निकाले। लेकिन पास्कल की प्रतिभा बहुमुखी थी। एक ओर जहां वह 'प्रक्षेप ज्यामिति' और 'संभाविता-सिद्धान्त' जैसे शुद्ध गणित की सृष्टि करने में समर्थ था, वहां दूसरी ओर वह 'पम्प-यन्त्र' और 'बैरोमीटर' जैसे यांत्रिक आविष्कार भी कर सकता था। शुद्ध एवं उपयोगी—दोनों ही क्षेत्रों में—

महत्वपूर्ण आविष्कार करके पास्कल ने विज्ञान के भंडार को समृद्ध किया।

सामान्यतः हम मान लेते हैं कि स्वस्थ शरीर में ही स्वस्थ मस्तिष्क निवास करता है। किन्तु पास्कल को स्वस्थ शरीर नहीं मिल पाया। जीवन भर वह अजीर्ण और अनिद्रा से पीड़ित रहा। पास्कल के जीवन के इस पक्ष पर सहृदयता से विचार किया जाय तो आश्चर्य होता है कि वह यह सब कुछ कैसे कर पाया।

पास्कल ने इस संसार में केवल ३९ वर्षों तक सांस ली है। सन १६५४ में वह पोर्ट-रॉयल में चला गया था। इसके बाद जीवन के अंतिम दिनों तक, बीच के केवल ८ दिनों को छोड़कर, पास्कल ने गणित को हाथ भी नहीं लगाया। अतः हम कह सकते हैं कि गणितज्ञ पास्कल की मृत्यु, ३१ वर्ष की आयु में, १६५४ में ही हुई।

इन ८ वर्षों में गणित के हिस्से में तो केवल ८ ही दिन आये और गणितशास्त्र को "ज्यामिति की हेलन" के नये गुणों की प्राप्ति हुई, परन्तु फ्रेंच-साहित्य को नयी शैली मिल गयी। 'पेंसी' और 'प्रॉविंशल लेटर्स' फ्रेंच-साहित्य की अमर कृतियां मानी जाती हैं।

साहित्य और धर्म को लेकर पास्कल के चिंतन का दायरा भले ही सीमित रहा हो, परन्तु विज्ञान की दृष्टि से उसके आविष्कारों का वहुत व्यापक महत्व है। 'संभाविता-सिद्धान्त' और 'प्रक्षेप-सिद्धान्त' के साथ पास्कल न केवल फ्रांस के, अपितु विश्व के, महामानव बन गये।

तिथि-पत्रिका

जन्म : १९ जून, १६२३ ।

पिता : एटियेने पास्कल ।

माता : एन्टोइनेट बेगाने ।

बहनें : गिल्बर्ट और जक्वेलिन ।

शिक्षा : बचपन में पिता की देख-रेख में शिक्षा । ज्यामिति की ओर विशेष आकर्षण । १२-१४ वर्ष की आयु में स्वतः ज्यामिति के प्रमेयों को सिद्ध करने की लगन ।

१६३९ : 'रहस्यमय षट्भुज' की खोज, 'शांकवों पर प्रबन्ध' की रचना ।

१६४२ : 'गणक यंत्र' की रचना ।

१६४६ : जान्सेन सम्प्रदाय में दीक्षा ।

१६४७ : पेरिस में । प्राइ द दोम पर टॉरीसेलि का प्रयोग । दकार्त से मुलाकात ।

१६५१ : सितम्बर महीने में पिता की मृत्यु ।

१६५३-५४ : गहन वैज्ञानिक अध्ययन और चिन्तन ।

१६५५ : ७ जनवरी को पोर्ट रॉयल के मठ में जाकर जीवन बिताने का निर्णय ।

१६५६ : २३ जनवरी से 'प्राविंशल लैटर्स' का प्रकाशन ।

१६५८ : [illegible] । [illegible] ज्यामिति की 'सायक्लॉयड' की [illegible] ।

मृत्यु : १९ अगस्त, १६६२ ।